ВСП «ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Самостійна робота за семестр

з дисципліни
«Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика»

Студента групи КН-32
Ореста
ФОРЕМСЬКОГО
Викладач:
Оксана МЕЛЬНИЧУК

Львів 2026

Тема: ***Елементи математичної статистики***

Варіант № 17

Завдання№1 *Первинна обробка вибірки*

Дано вибірку : 2, 4, 5, 6, 5, 9, 5, 2, 5, 4, 5, 6, 5, 9, 2, 4, 5, 6, 9, 5, 6, 9, 5, 6, 5.

а) Побудувати варіаційний ряд та статистичний розподіл вибірки.

б) Побудувати гістограму і полігон абсолютних і відносних частот.

в)Знайти емпіричну функцію розподілу для дискретного статистичного розподілу вибірки, та побудувати її графік.

г) Обчислити чисельні характеристики дискретного статистичного розподілу вибірки.

Розв'язання

а) Подамо дискретний статистичні розподіли варіаційного ряду у вигляді таблиці:

Дискретний статистичний розподіл

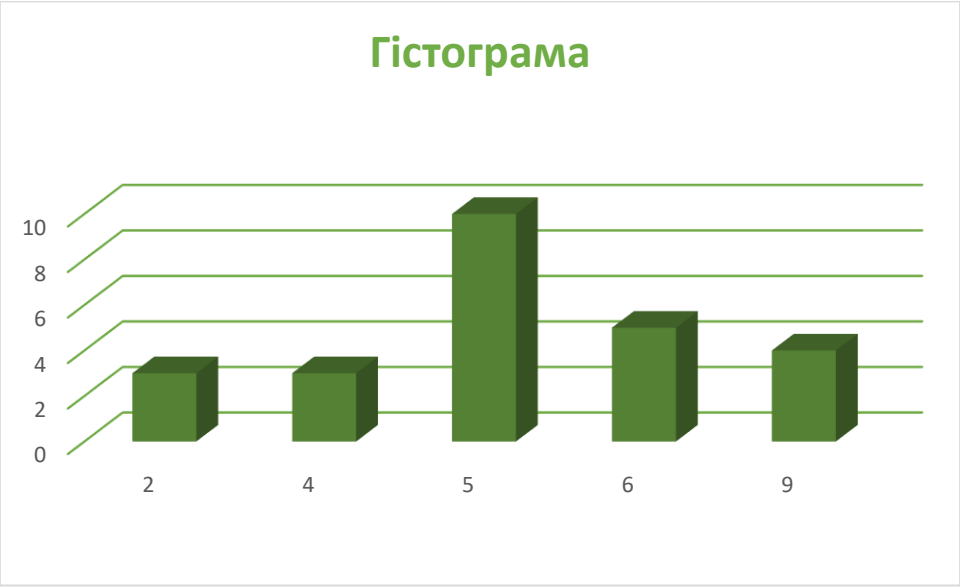
x_i	n_i	$w_i = \frac{n_i}{n}$
2	3	0,12
4	3	0,12
5	10	0,4
6	5	0,2
9	4	0,16

Де x_i – елементи вибірки;

n_i – частота елемента;

$w_i = \frac{n_i}{n}$ – відносна частота елемента.

б) Побудуємо гістограму та полігон абсолютних і відносних частот:

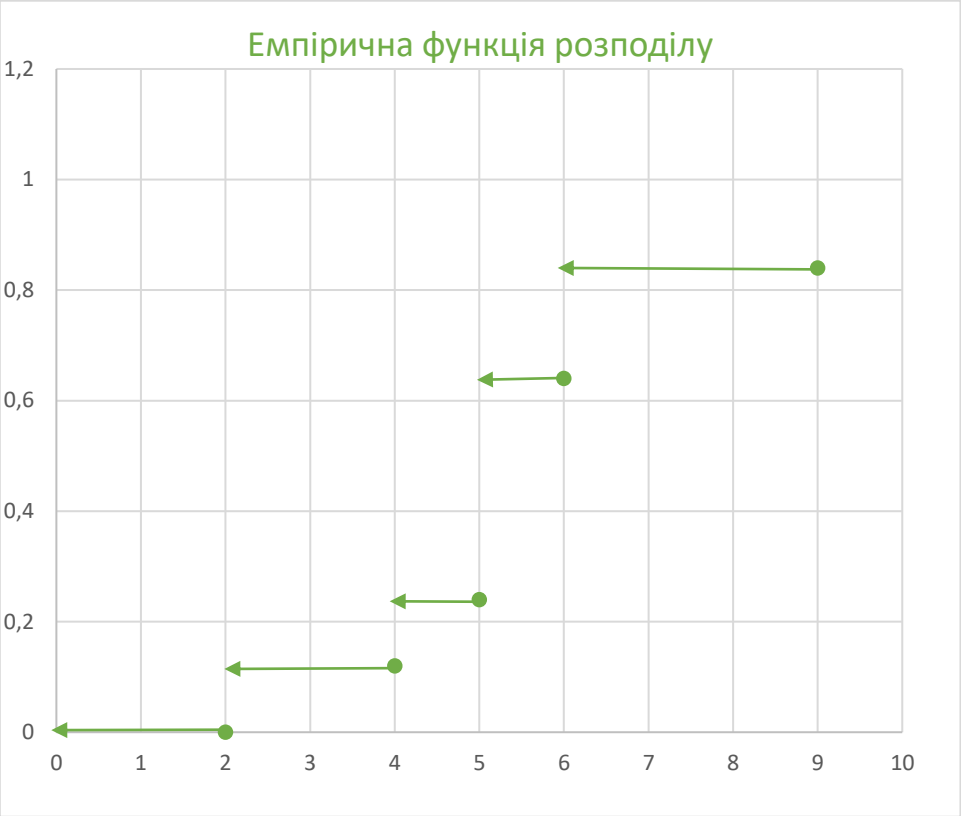



Полігон абсолютних частот частот
12
10
8
6
4
2
0
2
4
5
6
9


Полігон відносних частот
0,45
0,4
0,35
0,3
0,25
0,2
0,15
0,1
0,05
0
2
4
5
6
9

в) Для знаходження емпіричної функції розподілу скористаємося таблицею:

F(x)	***x***
0	<2
0,12	(2;4]
0,24	(4;5]
0,64	(5;6]
0,84	(6;9]



г) Обчислимо числові характеристики варіаційного ряду:

Вибіркове середнє: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_i x_i n_i$; $\bar{x} = 5.36$

Вибіркова дисперсія: $\bar{s}^2 = \frac{1}{n}\sum_i x_i{}^2 n_i - \bar{x}^2$; $\bar{s}^2 = 3{,}8304$

Середнє квадратичне відхилення: $\bar{s} = \sqrt{\bar{s}^2}$; $\bar{s} = 1{,}957140772$

Мода: Mo=5

Медіана: Me =5

Завдання №2 Оцінка параметрів розподілу

Дано інтервальний варіаційний ряд

а) Побудувати гістограму і полігон абсолютних і відносних частот.

б) Знайти незміщені оцінки (математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення).

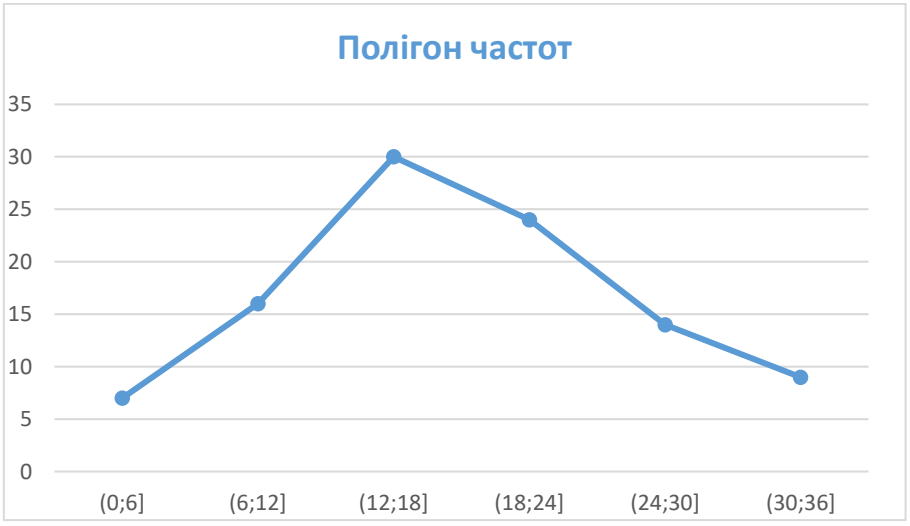
в) Оцінити вибірку з точністю 0.99

Розв'язання

Інтервальний статистичний розподіл:

$(z_{i+1},z_i]$	n_i	w_i
(0;6]	7	0,07
(6;12]	16	0,16
(12;18]	30	0,3
(18;24]	24	0,24
(24;30]	14	0,14
(30;36]	9	0,09

а) Побудуємо гістограму та полігон абсолютних і відносних частот:





б) Для знаходження незміщених оцінок замінимо інтервали їх серединами.

x_i	n_i
3	7
9	16
15	30
21	24
27	14
33	9

Незміщені оцінки:

- Математичне сподівання MX: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_i x_i n_i$; $\bar{x}$= 17,94
- Дисперсія: $\bar{s}^2 = 6{,}300216$;
- Виправлена точкова оцінка дисперсії DX: $s^2 = \frac{n}{n-1}\bar{s}^2$; s^2=6,363854545
- Середнє квадратичне відхилення: $\bar{s}$= 2,52266814

в) Оскільки ми розглядаєм модель нормального розподілу, то довірчий інтервал для мат. сподівання шукаємо у вигляді:

$$\left(\bar{x} - \frac{\mathcal{U}_\gamma \bar{s}}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{\mathcal{U}_\gamma \bar{s}}{\sqrt{n}}\right)$$

$\frac{(\bar{x}-\theta_1)\sqrt{n}}{\bar{s}}$ має розподіл Стюдента .

У нашому випадку γ=0,99, n=100

$\mathcal{U}_\gamma$=2,6264

$$\left(17{,}94 - \frac{2{,}6264 \times 2{,}52266814}{\sqrt{100}}; 17{,}94 + \frac{2{,}6264 \times 2{,}52266814}{\sqrt{100}}\right)$$

$(17{,}94 - 0{,}6626\,; 17{,}94 + 0{,}6626)$

Отримали довірчий інтервал - (17,2774; 18,6026).